

もう一つの読み方

「もう一つの函数論入門」とはどのような意味だろうか？今日函数論と呼ばれる教科の内容は、ガウス、コーシー、リーマン、ワイエルシュトラスらにより完成された19世紀数学の成果であり、その理論体系は洗練を極め、既に古典として不動の地位を与えられている。よってその教科書は多数存在するが、著者はどのような意図をもって「もう一つ」入門書を登場させたのであろうか？

本書は古典理論（コーシーの積分定理とそこから派生する諸結果）と現在発展中の複素力学系理論（複素函数の反復合成により生成されるカオスとフラクタルの研究）を融合させた新しいタイプの教科書である。本書の第一印象は多岐にわたる話題を適所に配置できた著者の構成力に対する感嘆であるが、以下でその一部を紹介してみよう。まず一次分数変換が早い段階で登場し、双曲幾何学やクライン群をとおして正則函数の写像としての性質が印象づけられる。その後、解析性と正則性の同値など通常の教程の内容が証明され、応用として正則写像の固定点における線形化問題が扱われる。また2次多項式の反復合成の理論が軌道の追跡の範囲で解説され、充填ジュリア集合の補集合のレベル函数としてグリーン函数を導入し、調和函数の一般論に繋げている。後半部は有理型函数の標準的な議論（留数定理、偏角の原理）からはじまり、正規族とモンテルの定理およびその精密化のためのモジュラー函数の構成を経てファトゥ集合に到る。リーマン写像の歪曲定理や例外的なジュリア集合をもつ有理函数族として楕円函数の構成も述べられる。最後は、ファトゥ集合の周期成分の分類と非遊走定理を目標とし、単連結リーマン面の一意化定理からタイヒミュラー理論の一端まで爆走し、みごとに収束させている。

予備知識は仮定しないと宣言されているが、それは読み易さとは別の次元の問題である。函数論の標準的な教程を勉強した読者が再び立ち返り、古典様式の壮麗な建物が並ぶ大通りからすぐ脇にのびる蠱惑的な裏道を散策するのが一番いい読み方だと思う。それにより街全体の印象も一度目とは自ずと変わってくる。「もう一つの函数論」の意味のひとつはここにあるのであろう。

各章の冒頭は、文献からの引用文と自身の文章により著者の数学史観、博識、達見が表れる。「もう一つの」興味深い部分である。「絶対数学」の幻想は拡散してゆく数学理論を束ねる求心力であるには違いないが、一方で数学の多様性は人知の限界を補完する摂理でもある。

複素力学系もドゥアディの2次多項式の研究に対する友人の発言(4章)に象徴されるように、初等的な数学から分化した予期せぬ隆盛ではあるが、これとて絶対的な価値はなく、様々な数学の「一つ」(前書きのシュペングラーの引用)にすぎない。本書の構成のある種の雑然さをみると、著者が「もう一つの」という謙遜と尊大が同居した言葉で表した意識の一端が感じ取れるのである。